结构化教学在高中数学教学中的实践 ——以“基本不等式”为例

王艺伟 敖恩 陈杰 黄美云

赤峰学院数学与计算机科学学院, 内蒙古 赤峰 024000

摘要 结构化教学不仅起到培养高中生数学素养的重要作用, 而且是实现高中数学教学目标的有效途径, 本文以《基本不等式》的教学为例探讨结构化教学在高中数学教学中的实施。在文章中, 首先, 阐述高中数学结构化教学的价值; 其次, 结合基本不等式, 明确结构化教学的基本原则; 然后, 通过对“基本不等式”的具体教学实践, 展示结构化教学在构建知识体系、提高逻辑思维能力、改进学习方法方面的有效性; 最后, 根据结构化教学的实施存在的挑战, 提出采用分层教学和强化应用训练等教学建议与策略。

关键词 结构化教学; 高中数学; 基本不等式

DOI:10.63887/etr.2025.1.3.18

1 引言

最新的《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》注重数学的整体性, 凝练学科核心素养, 要求实施单元主题化教学, 强调课程内容的结构化^[1]。数学学科的典型特征是在严密的逻辑基础之上, 研究客观、一般的规律, 就需要运用一系列的逻辑方法^[2]。事实上, 只有以学习逻辑为基础的结构化教学, 才是实现整体观教学的有效途径, 才能真正落实核心素养的培养。而基本不等式是连接代数与几何的重要桥梁, 在高中数学知识体系中占据关键地位。由此, 本文以“基本不等式”的教学为切入点, 聚焦结构化关联教学。引导学生于问题情境中明确关联路径, 推动方法结构化; 在概念建构过程中理解关联过程, 促使过程结构化; 于知识应用之际内化关联意识, 实现思维结构化。

2 高中数学结构化教学的相关概述

2.1 高中数学结构化教学的价值

一是促进知识结构化。与初中数学相比高中数学无论是在概念理解上还是知识应用上难度明显提升, 通过结构化教学, 教师能够将零散的知识点整合成有机联系的知识体系, 帮助学生形成完整的知识结构。

二是提升思维能力。结构化教学鼓励学生进行批

判性思考, 而不是一味地接受教师所讲授的所有知识, 对于教师所讲授的知识有自己的理解过程, 培养他们敢于质疑现有知识和方法的能力。结构化教学强调知识的应用和迁移, 使学生能够将所学知识应用于不同情境中, 增强解决实际问题的能力。

三是优化教学效果。结构化教学能够帮助教师有效地组织教学内容, 使课堂教学更加条理清晰, 易于学生理解和吸收, 通过结构化教学, 教师可以更好地把握教学进度和难度, 实现对学生学习过程的有效引导和管理。

2.2 结构化教学的基本原则

一是整体性原则。该原则意味着对课堂教学的各个方面予以全面考量, 在设计与实施高中数学教学时, 需符合教学设计的基本要求, 对教学内容展开总体规划。结构化教学的核心在于向学生传授数学知识过程中, 先对知识进行细化讲解, 再凭借知识间的关系将其串联, 构建起一定的知识结构^[3]。在教学活动的整个过程中, 持续发现、整理、组织并生成新结构。本文经由“公式引入阶段——公式分析阶段——公式应用阶段”这三次结构化操作来实现整体建构。

二是结构性原则。该原则指的是教师根据数学的知识结构以及学生的数学认知结构特点, 对教学过程进行设计并组织, 旨在使学生原有的数学认知结构得

到完善与发展^[4]。换言之,教师应基于数学知识的结构化特性,并考虑到学生认知结构的形成与发展特点,采用全面和系统的视角来解读和处理教学材料,这样可以帮助学生从整体上理解并掌握数学的知识体系和方法结构。同时,教师要提升学生原有的认知结构的稳定性与清晰性,让其新学习的知识与原有的认知结构融合在一起,从而使学生头脑中数学知识得到最大程度的延伸,推动学生的全方位成长。学生获得知识的过程是在教学体系的影响下,逐步构建起一个完善的认知结构。因此,在设计结构化教学时,必须遵守结构性原则。在进行教学设计时,既要考虑到学生已有的数学认知结构,也要兼顾数学学科的知识结构特点。

三是发展性原则。该原则是指教师要根据学习者的认知结构特点和实际发展水平,以核心素养确定的教学目标为起点,在数学教学过程中,应充分运用教学方法与手段,以促进身心和谐、全面、富有个性地发展^[4]。在结构化教学中,要考虑学生的潜在发展水平,熟知学生头脑中已经掌握的知识,引导他们向更高的阶段发展。这意味着教学不能仅仅停留在学生现有的知识和能力水平上,而是要通过适当的拓展和引导,激发他们的学习潜力,让学生能够不断提升自己构建知识结构、运用知识解决问题的能力。

3 结构化教学在基本不等式教学中的具体体现

3.1 教学目标结构化

本节课教学目标设置的维度结构化,涉及知识、过程以及情感态度等多个方面;设置的层次结构化,从易到难,由基础目标到提高目标再到拓展目标。根据课程标准、教材内容以及学生原有知识水平设置结构化的教学目标:通过数学代换,正确理解基本不等式;在解决最值问题的过程中,能正确应用基本不等式解决简单的最大、最小值问题;经历基本基本不等式的变形,知道基本不等式和常用不等式及重要不等式之间的关系;在日常生活情境中,初步领会等量关系与恒不等关系,适当建立数学模型,将实际问题转化为数学问题,逐步提高问题解决的能力。

3.2 教学内容结构化

在文献中,王力争指出:“结构化教学是把教材中的各元素用一种与系统的逻辑相结合的方法进行连接,对课程的内容进行了理性的重新组合,让课程的内容变成了学科知识结构的子结构,然后用课程的形式来让学生对自己的知识进行内化,从而最终在课堂上构建自己的认知结构”^[5]。本文依据王力争的结构化教学观点,根据基本不等式的知识脉络将基本不等式的教学内容划分为“公式引入、公式分析、公式应用”三个模块。公式引入阶段—情境创设、抽象关系、引出公式,教师在这一阶段中通过生活情境引入课题,建立等量与不等量的关系,经历从特殊到一般的过程,抽象出恒不等关系,进而引出基本不等式;公式分析阶段—逻辑分析、表征分析、拓展分析,教师从三个方面分析基本不等式,使学生在头脑中逐步完善有关基本不等式的知识体系,加深学生对公式的理解,充分调动学生的数学思维;公式应用阶段—直接应用、拓展升华、总结联系,在这一阶段教师根据在授课过程中学生对基本不等式的掌握情况,由易到难设置一系列的问题链对基本不等式进行应用,从利用基本不等式求解最值问题到其与二次函数的结合问题,逐步提高学生解决问题的能力,最后,分别从知识维度、方法维度、思想维度进行课堂小结,关注其内在联系。

关联性、整体性、系统性是结构化教学的主要特征,但教师在教学过程中不能为了结构化而结构化,应该依据学生的认知水平以及知识水平进行学生能够接受的结构化教学,注重教学过程中知识的联系与拓展,提升学生的思维层次。比如在基本不等式的教学的公式分析阶段的过程中,教师可以运用几何画板采用几何证明的方法,通过一系列的问题链,对基本不等式进行证明与表征。这个过程,将代数知识与几何图形联系起来,使学生能够从不同的角度理解和应用数学知识。在此教学阶段中,教师还充分调动学生的数学思维,对所学知识进行拓展,用作差法、数学代换、等价代换证明恒不等式,联系学生已学知识理解基本不等式的适用条件及等号成立条件。

3.3 教学方法结构化

采用多种教学方法,在课堂中运用正确的教学方

法能够激发学生学习兴趣、突破知识难点、培养逻辑思维,有效提升教学质量与学生数学素养。比如教师在运用几何法证明基本不等式的过程中,采用直观演示法,通过几何画板将基本不等式的几何证明和几何解释展示给学生,更加清晰直观,利于学生进一步理解基本不等式中代数知识和几何图形之间的联系;教师在引导学生拓展学习过程中,采用探究式教学法以及小组讨论法,让学生结合重要不等式,用转化的思想来证明基本不等式和常用不等式,小组之内共同探讨基本不等式的适用条件和等式成立条件。总而言之,教师在教学过程中采用多种教学方法,将教学内容串联起来,利于所学知识在学生头脑中形成系统的知识结构,体现了教学方法的结构化。

结合现代教育技术,高中数学课堂中运用现代教育技术能够化抽象为直观、丰富教学资源、提升教学效率、激发学习兴趣、有效增强教学效果与学生数学综合素养。教师在讲授过程中,利用多媒体制作精美的课件,展示基本不等式的推导过程、几何解释、实际应用案例等内容,通过动画效果逐步呈现推导步骤,让学生更清晰地理解逻辑关系。引入几何画板,通过几何画板演示基本不等式的几何证明以及几何解释,使基本不等式的教学更加生动、直观、高效,激发学生的学习兴趣 and 主动性,使学生主动构建基本不等式的知识结构。

3.4 教学过程结构化

公式引入阶段—情境创设、抽象关系、引出公式
在教学的开始,首先要解决基本不等式是什么的问题。教师创设生活情境,小明同学用天平来称苹果,在运用杠杆原理计算出苹果的实际质量后,发现苹果的实际质量与分别放在左右托盘两次称重的平均值不同,通过实际情境引入课题,建立等量与不等量关系,比较两数大小。进而教师将这个问题一般化后,再让学生计算苹果的实际质量以及两次称量的平均值,并进行追问,让学生用数学式子来表示这两个值的大小关系,让学生经历从特殊到一般的过程,自主归纳、提炼恒不等关系。在这个过程中教师将学生头脑中的已有知识与即将学习的新知识联系起来。在学生归纳提炼出恒不等关系后,教师给出算术平均值以及几何

平均值的定义,并对学生进行一系列的提问,你能说

出 $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ 的成立条件吗?你能说出

$\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 的成立条件吗?你能证明

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 恒成立吗?学生在经过小组讨论思考回

答教师提出的问题链后,引入公式,教师引导学生归纳提炼出基本不等式,解决基本不等式是什么的问题。

公式分析阶段—逻辑分析、表征分析、拓展分析

教师引导学生从基本不等式的本质以及形式特点等方面对基本不等式进行逻辑分析,让学生认识基本不等式的本质特征,了解不等关系、恒不等关系的区别与联系。在学生对基本不等式有了初步认识后,从符号、文字、几何这几个方面对基本不等式进行表征。在几何表征中,教师运用几何画板演示基本不等式的几何证明过程以及几何解释,适当采用信息技术提高学生的兴趣,进一步加深学生对基本不等式的理解,有利于提升学生的数学思维。教师让学生根据之前了解的重要不等式来证明基本不等式以及常用不等式,并且探究这三个恒不等式的符号表述、使用条件以及等号成立条件。在这个探究过程中充分调动学生的数学思维,用作差法、数学代换、等价转换证明恒不等式,联系学生已学知识理解基本不等式的适用条件及等号成立条件。

公式应用阶段——直接应用、拓展升华、总结联系

学生在对基本不等式有了一定的认识和理解后,教师引导学生对基本不等式进行应用,由易到难,循序渐进,从简单地利用基本不等式求最值问题到将基本不等式求最值迁移到几何证明问题中,证明在周长为常数的所有矩形中正方形的面积最大以及在面积相同的所有矩形中正方形的周长最小,对本节课的所学的知识进行延伸。学生在教师的引导下运用基本不等式求最值的过程中,深入理解基本不等式的形式特征,进一步认识其适用条件,即满足“一正二定三相等”

的要求,了解恒不等关系在数学问题解决过程中的重要作用。在本节课的最后,学生在教师的带领下分别从多个维度对本节课所学的知识进行总结联系。从知识维度来看,由重要不等式推导出基本不等式,再由基本不等式拓展延伸到常用不等式,加强学生对基本不等式的符号表述、适用条件以及等号成立条件的理解。从方法维度来看,运用数学抽象的方法,通过情境问题,比较两数大小,归纳总结平均值不等式;运用逻辑推理的数学方法,通过数学代换、等价转化,得到重要不等式、常用不等式;运用数学抽象以及数学建模的数学方法,利用基本不等式解决简单的最大值、最小值问题。

4 实践效果与反思

在高中数学“基本不等式”教学过程中,运用结构化教学取得了一定的效果。一是知识方面,学生的知识体系更加清晰,能够系统地掌握基本不等式的推导过程,将所学知识点融会贯通成一个有机的整体,有助于学生在解决问题时快速定位所需的知识点,提高解题效率。二是思维方面,学生的思维能力有所提升,培养学生的逻辑思维能力,在结构化教学中,学生需要通过分析、推理、归纳等思维过程来理解基本不等式的本质和应用,增强了学生的创新思维和问题解决能力,学生学会从不同角度运用基本不等式解决与之有关的复杂问题,拓展思维的广度和深度。三是方法方面,在结构化教学的过程中学生的学习方法得以改进,即通过构建知识结构来学习数学,这种方法可以迁移到其他数学内容的学习中,提高学生的自主学习能力。

虽然结构化教学在“基本不等式”的教学过程中取得了一定的成果但也存在问题和不足。部分学生理解困难,对于基础较弱的学生来说,理解基本不等式的抽象概念和复杂推导过程可能存在困难,他们可能无法准确把握基本不等式的适用条件,导致在解题时出现错误。除此之外,虽然学生在理论上掌握了基本不等式,但在实际应用中仍然存在问题,例如学生在解决实际问题时,无法将问题转化为基本不等式的模型。

根据在基本不等式的教学过程中存在的问题和不足,提出改进措施。措施一:进行分层教学,按照学生的实际情况进行分层教学,针对不同层次的学生制定不同的教学目标和教学内容,对于基础较弱的学生,教师可以适当降低教学难度,加强基础知识的讲解和练习;对于基础较好的学生,教师可以提供一些拓展性的问题和挑战,培养他们的创新思维和问题解决能力。措施二:强化应用训练,增加实际问题的教学案例,让学生在具体情境中理解基本不等式的应用,例如,通过经济问题、物理问题等实际案例,引导学生将基本不等式与实际生活联系起来。

5 小结

综上所述,结构化教学在高中数学基本不等式教学中具有重要价值,通过遵循整体性、结构性和发展性原则,在教学目标、内容、方法和过程等方面进行结构化体现,取得了一定效果,但也存在部分学生理解困难和应用不足等问题,对此提出分层教学和强化应用训练等改进措施,未来还需进一步探索和完善结构化教学在高中数学教学中的应用,以更好地落实学科核心素养的培养,提升教学质量和学生的学习效果。

参考文献

- [1]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2]虞涛.高中数学结构化教学设计[M].华东理工大学出版社,2022.
- [3]柴璇.初中数学“单元结构化”教学研究[D].陕西师范大学,2018:27.
- [4]石红丽.高中数学结构化的教学设计与实施研究[D].内蒙古民族大学,2023.
- [5]王力争,刘历红.基于中学课堂变革的结构化教学实践探索[J].当代教育与文化,2018,10(06):42-50.

基金项目:本文系赤峰学院研究生教育改革项目暨研究生课程建设项目“研究生精品课程建设——以《中学数学课程与教材研究》为例”的研究成果,项目编号:CFXYK2256